

## АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### «Механика сплошных сред»

Дисциплина «Механика сплошных сред» является частью программы бакалавриата «Математическое моделирование (СУОС)» по направлению «01.03.02 Прикладная математика и информатика».

## **Цели и задачи дисциплины**

Цель формирования комплекса знаний, умений и навыков по владению подходами и методами механики сплошных сред и применению их при математическом моделировании в естественных науках. Задачи учебной дисциплины

- изучение понятий механики сплошных сред, в частности понятий деформаций континуума, мер и тензоров деформации, их свойств, понятий геометрически линейных и нелинейных подходов; мер скоростей деформаций, их свойств; аксиоматики механики сплошных сред, законов динамики, балансовых уравнений, тензоров напряжений, моментных напряжений, понятий полярных и неполярных континуумов, неинерциальных систем отсчета, законов преобразования уравнений механики и входящих в них величин при замене системы отсчета; структуры балансовых уравнений, физических причины изменения массы, количества движения, момента количества движения, энергии и ее составляющих; видов поверхностей разрывов в сплошных телах и записи соотношений на поверхностях разрывов; изучение основных понятий теории определяющих соотношений, математических моделей классических сред (газов, жидкостей, упругих и упругопластических твердых тел); основ неравновесной термодинамики континуума, понятий устойчивости материала и конструкции; изучение методов решения задач механики сплошных сред для классических сред;
- формирование умения применять основные понятия нелинейной механики сплошных сред для формулировки математических постановок задач в научно-исследовательской деятельности, в том числе, обосновывать и выбирать в подходящие меры и тензоры деформаций, тензоры напряжений, записывать в уравнениях баланса физических величин слагаемые для потоков, источников и стоков этих величин в интегральном и локальном представлении, обосновывать использование конкретной модели сплошной среды, анализировать сделанную математическую постановку, линеаризовать поставленную задачу, записать начальные и граничные условия; применять на практике методы и приемы решения задач механики жидкости и газа, теории упругости, теории пластичности при использовании различных критериев пластического течения; использовать законы неравновесной термодинамики сплошной среды для формулировки и исследования постановок задач механики сплошных сред;
- формирование навыков математической постановки и решения задач из различных разделов механики сплошных сред (решения классических задач механики жидкости и газа, теории упругости, теории пластичности, неравновесной термодинамики сплошных сред), навыков учета в математической постановке механики сплошных сред связи между переменными, описывающими движение среды, и переменными, отвечающими за изменение различных физических величин при движении среды, владения практическими приемами и методами решения задач механики сплошных сред..

### Изучаемые объекты дисциплины

Деформируемая сплошная среда как дифференцируемое многообразие и вводимые на нем объекты, такие как векторы перемещений, скоростей перемещений, тензоры и меры деформаций, напряжений, скоростей деформаций, их производные, в том числе объективные, связи между ними, системы отсчета; интенсивные характеристики массы, количества движения, момента количества движения, энергии и ее составляющих, балансовые уравнения для введенных величин, поверхности разрыва и соотношения на них, включая граничные условия, определяющие соотношения для классических сред, замкнутые математические постановки задач механики сплошных сред и методы их анализа и решения..

### Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах						
		Номер семестра						
		4	5	6				
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	189	72	70	47				
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:								
- лекции (Л)					84	34	34	16
- лабораторные работы (ЛР)								
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)					95	34	34	27
- контроль самостоятельной работы (КСР)					10	4	2	4
- контрольная работа								
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	207	36	74	97				
2. Промежуточная аттестация								
Экзамен	36		36					
Дифференцированный зачет								
Зачет	18	9		9				
Курсовой проект (КП)								
Курсовая работа (КР)	18			18				
Общая трудоемкость дисциплины	432	108	180	144				

### Краткое содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	
4-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Кинематика деформирования сплошной среды	10	0	10	12
<p>Тема 1. Понятие сплошной среды. Континуализация. Гипотезы континуума. Понятие деформации континуума. Конфигурации. Материальные линии. Векторы локального базиса. Аффинные искажения. Деформационный градиент.</p> <p>Тема 2. Математические основы механики. Знакомство с МСС. Методы МСС. Область применимости. Примеры. Дифференциальные операторы над тензорами различного ранга в криволинейных системах координат. Производные функций по тензорному аргументу.</p> <p>Тема 3. Деформируемый континуум как дифференцируемое многообразие. Изменение метрики при деформировании. Меры и тензоры деформаций. Физический смысл компонент тензоров деформаций. Теорема о полярном разложении невырожденного тензора 2-го ранга. Представление мер и тензоров деформаций с помощью множителей из полярного разложения аффинора.</p> <p>Тема 4. Эллипсоиды деформаций. Главные оси тензоров деформаций. Собственные числа тензоров деформаций. Изменение материальных площадок, нормалей и объема при деформировании среды. Примеры построения мер для простейших видов аффинной и неаффинной кинематики деформирования среды.</p> <p>Тема 5. Приближение малых деформаций. Разложение дисторсии на симметричную и антисимметричную части. Аксиальный вектор поворота. Условие совместности малых деформаций. Условие совместности при больших деформациях. Примеры.</p>				
Основные сведения о поверхностях разрыва в сплошной среде	2	0	2	8
Тема 17. Соотношения на поверхностях разрыва. Понятие поверхности разрыва. Классификация поверхностей разрыва. Правило дифференцирование объемного интеграла при наличии поверхности разрыва. Нормальная скорость движения поверхности				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
разрыва. Тема 18. Теорема Кочина. Соотношения на поверхностях разрыва в от-счетной и текущей конфигурациях. Граничные условия для уравнений МСС как следствие условий на поверхностях разрыва				
Балансовые уравнения, напряжения, основные сведения об определяющих соотношениях	16	0	16	8
Тема 9. Закон сохранения массы: определения, аксиомы. Дифференцирование интеграла по подвижному объему. Вычисление материальных производных от функций различного ранга в отсчетной и текущей конфигурациях. Теорема Остроградского-Гаусса, ее обобщения. Общая структура балансовых уравнений. Уравнение неразрывности, уравнение несжимаемости. Л – 2 ч. Тема 10. Уравнение баланса количества движения: определение, аксиомы. Объемные и поверхностные силы. Внешние и внутренние силы. Вектор напряжений. Теоремы Коши о свойствах вектора напряжений. Л – 2 ч. Тема 11. Тензор напряжений Коши. Тензоры напряжений Пиолы-Кирхгофа. Физический смысл компонент тензора напряжений Коши. Уравнение движения сплошной среды в пространственном и материальном описании. Л – 2 ч. СРС – 2 ч. Тема 12. Уравнение баланса момента количества движения (МКД): определение, аксиомы. Внутренние и внешние, поверхностные и объемные моменты и моменты-пары. Тензор моментных напряжений. Интегральная и локальная формы уравнения баланса МКД. Неполярные и полярные среды. Уравнение МКД в материальном описании. Л – 2 ч. СРС – 2 ч. Тема 13. Первый закон термодинамики. Интегральная форма закона сохранения энергии: определения, аксиомы. Вектор потока тепла. Локальное уравнение баланса энергии. Теорема живых сил и уравнение притока тепла. Закон сохранения энергии в лагранжевом описании. Л – 2 ч. Тема 14. Второй закон термодинамики: определения, аксиомы. Интегральная				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>формулировка. Неравенство Планка (положительность производства энтропии за счет внутренних источников). Неравенство Клаузиуса (для плотности производства энтропии). Дифференциальная формулировка второго закона термодинамики. Неравенство Фурье. Второй закон термодинамики в материальном описании.</p> <p>Тема 15. Полная система законов МСС в интегральной и локальной форм-мах. Анализ замкнутости постановки. Обзор основных принципов построения определяющих соотношений. Энергетически сопряженные пары тензоров.</p> <p>Тема 16. Принцип материальной индифферентности. Жесткое движение сплошного тела. Индифферентные и инвариантные тензоры. Плотность и деформационный градиент. Тензоры деформаций. Тензоры напряжений. Вектор скорости при жестком движении. Тензоры деформации скорости и вихря при жестком движении. Коротационные производные при наложенном жестком движении. Законы МСС при наложении жесткого движения.</p>				
Скорости деформаций континуума	6	0	6	8
<p>Тема 6. Вектор скорости частиц среды. Материальная производная. Локальная (частная) производная по времени, конвективная производная. Свойства материальной производной. Градиент скорости, тензор деформации скорости и вихря. Аксиальный вектор вихря. Теорема Коши-Гельмгольца. Примеры вычисления градиента скорости, деформации скорости вихря для простейших видов движения сплошной среды.</p> <p>Тема 7. Собственные векторы и числа тензора деформации скорости. Представление тензора вихря в собственном базисе тензора деформации скорости. Геометрическая картина изменения малой окрестности точки среды при мгновенных (бесконечно малых) преобразованиях. Кинематический смысл аксиального вектора вихря. Тензоры спина.</p> <p>Тема 8. Соотношения между скоростями изменения тензоров деформации и градиентом скорости. Коротационные и</p>				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
конвективные производные. Вывод различных производных. Скорости изменения материальных площадок и объема сплошной среды.				
ИТОГО по 4-му семестру	34	0	34	36
5-й семестр				
Теория упругости	18	0	18	32
Тема 25. История развития МДТТ и науки о материалах. Возникновение теории упругости. Имена и лица теории упругости. Эксперименты Галилея, Гука, Мариотта. Работы Лейбница, семейства Бернулли, Эйлера, Навье, Коши, Пуассона, Ламе, Клапейрона. Спор о количестве упругих постоянных. Вклад Грина. Упругий потенциал. Тема 26. Упругость по Коши, упругость по Грину. Обобщенный закон Гука. Симметричные свойства тензора линейно-упругих свойств. Число независимых ненулевых компонент. Материальная симметрия. Оси и плоскости симметрии. Типы кристаллических решеток металлов. Определение структуры обобщенного закона Гука для основных кристаллических решеток. Изотропный случай. Тема 27. Постановка задачи линейной ТУ в перемещениях. Вывод уравнений Ламе. Граничные условия. Тема 28. Уравнения Бельтрами-Митчелла. Условие совместности в напряжениях. Теорема Клапейрона. Единственность решения задачи линейной теории упругости. Принцип виртуальных работ. Классические теоремы статики линейной ТУ: теорема о минимуме потенциальной энергии, вариационный принцип Кастильяно. Осреднение упругой энергии, напряжений, деформаций. Оценка Хилла эффективных упругих свойств. Тема 29. Вывод уравнений Ламе из принципа минимума потенциальной энергии. Вывод уравнений Бельтрами-Митчелла из принципа минимума до-полнительной работы (принципа Кастильяно). Вариационный принцип Рейснера. Теорема Бетти о взаимности работ. Тема 30. Фундаментальное решение для				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>изотропной упругой среды, задача Кельвина.</p> <p>Тема 31. Методы решения задач ТУ на основе функций смещения, решение Буссинеска-Галеркина, решение Папковича. Методы решения задач ТУ на основе функций напряжений.</p> <p>Тема 32. Задача о включении, вывод решения Эшелби. Задача Кирша.</p> <p>Тема 33. Плоская задача ТУ. Уравнения ПДС, ПНС. Комплексные переменные, комплексные потенциалы. Сила и момент, действующие на контур. Формула Колосова-Мусхелишвили. Решение для краевой дислокации. Устойчивые дислокационные субструктуры. Поле напряжений от точечного дислокационного диполя. Задача о трещине. Решение вблизи носа трещины. Коэффициент интенсивности напряжений.</p> <p>Тема 34. Проблема упругой устойчивости. Неоднозначность решения задач ТУ. Постановка и анализ задач ТУ при больших деформациях. Классификация постановок. Энергетический критерий определения критических нагрузок.</p> <p>Тема 35. Деформации гибких упругих тел. История решения задачи ТУ для пластинок и оболочек. Теория Кирхгофа. Сущность допущений Кирхгофа. Заключение: пути проникновения нелинейности в постановки задач ТУ, физическая и геометрическая нелинейности, классификация постановок (Новожилов), области их применимости.</p>				
Механика жидкости и газа	12	0	12	20
<p>Тема 19. Идеальные жидкости и газы: определения, свойства. Балансовые уравнения. Приближение несжимаемости. Граничные условия. Изэнтропийные течения. Область применимости различных приближений.</p> <p>Тема 20. Малые возмущения в идеальной жидкости и газе. Волновые уравнения. Свойства звуковой волны. Смена типа уравнения для потенциала скорости в стационарном течении при переходе через скорость звука. Гидростатика. Интеграл Бернулли.</p> <p>Тема 21. Линии и трубки тока. Вихревые трубки. Теоремы Гельмгольца. Теорема</p>				



Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>Кельвина (Томсона). Потенциальные течения идеальной жидкости и газа.</p> <p>Тема 22. Плоские течения несжимаемой жидкости. Метод комплексных потенциалов. Обтекание различных тел. Парадокс Эйлера-Даламбера.</p> <p>Тема 23. Вязкие жидкости. Ламинарные течения несжимаемой вязкой жидкости. Течения Куэтта и Пуазейля. Объемная и динамическая вязкость. Теплопроводная жидкость.</p> <p>Тема 24. Безразмерное уравнение Навье-Стокса. Числа Рейнольдса и Фру-да. Турбулентные течения вязкой жидкости (обзор экспериментов). Некоторые точно решаемые задачи о течении вязких жидкостей. Течения в узких зазорах, вывод закона Дарси.</p>				
Теория пластических деформаций	4	0	4	22
<p>Тема 36. Обзор классических экспериментов. Классическая теория пластичности для металлов, обобщающая результаты экспериментов. Понятие поверхности и кривой текучести. Интенсивность напряжений и деформаций. Критерии пластического течения Треска-Сен-Венана и Мизеса. Упрочнение, различные параметры упрочнения. Теория пластического течения (ТПТ) с упрочнением.</p> <p>Тема 37. Внутренние напряжения в упругопластических телах. Тензор плотности дислокаций. Элементарная теория линий скольжения при плоской пластической деформации.</p>				
ИТОГО по 5-му семестру	34	0	34	74
<b>6-й семестр</b>				
Теория пластичности металлов при больших деформациях	6	0	7	21
<p>Тема 41. Мультипликативное разложение деформационного градиента. Представление градиента скорости. Кристаллы, системы скольжения. Ки-нематика пластического деформирования. Факторы Шмида для систем скольжения. Основные соотношения физической теории пластичности (ФТП).</p> <p>Тема 42. Сравнение ФТП и ТПТ, строение поверхностей текучести, учет анизотропии. Вариант ФТП, нечувствительной к</p>				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>скоростям. Вязкопластический вариант. Вариационная формулировка для использования в МКЭ.</p> <p>Тема 43. Неустойчивость в пластических материалах (потеря строгой эллиптичности). Механизмы дестабилизации материала. Возможность локализации пластических деформаций.</p>				
Неравновесная термодинамика континуума	10	0	20	58
<p>Тема 38. Принципы построение неравновесной ТД. Понятия обобщенных ТД потоков и сил. Изменение энтропии при отклонении от состояния ТД равновесия. Соотношения взаимности Онзагера.</p> <p>Тема 39. Многокомпонентные среды. Запись полной системы уравнений МСС для многокомпонентных сред.</p> <p>Тема 40. Термодинамические функции. Химический потенциал. Вывод потока тепла, энтропии, производства энтропии для многокомпонентных сред с теплопроводностью и диффузией. Неравенство Клаузиуса-Дюгема. Использование соотношений Онзагера и принципа Кюри. Приложения к теории больших деформаций.</p>				
Курсовая работа	0	0	0	18
Курсовая работа				
ИТОГО по 6-му семестру	16	0	27	97
ИТОГО по дисциплине	84	0	95	207